

# Оглавление

<b>Глава 1. ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА. АЛГЕБРА</b> . . . . .	<b>17</b>
<b>1.1. Действительные числа</b> . . . . .	<b>17</b>
1.1.1. Свойства действительных чисел . . . . .	17
1.1.2. Непрерывность множества всех действительных чисел . . . . .	18
1.1.3. Абсолютная величина . . . . .	19
1.1.4. Некоторые часто встречающиеся постоянные . . . . .	19
1.1.5. Геометрическое изображение чисел и числовых множеств . . . . .	20
1.1.6. Грани числовых множеств . . . . .	22
<b>1.2. Некоторые сведения из элементарной алгебры. Логарифмы.</b> <b>Арифметическая и геометрическая прогрессии</b> . . . . .	<b>23</b>
1.2.1. Степени и корни . . . . .	23
1.2.2. Некоторые часто используемые формулы . . . . .	23
1.2.3. Некоторые средние значения . . . . .	24
1.2.4. Некоторые неравенства . . . . .	25
1.2.5. Некоторые конечные суммы . . . . .	25
1.2.6. Пропорции . . . . .	26
1.2.7. Деление полинома на полином . . . . .	26
1.2.8. Алгебраические уравнения . . . . .	27
1.2.9. Логарифмы . . . . .	30
1.2.10. Арифметическая прогрессия . . . . .	31
1.2.11. Геометрическая прогрессия . . . . .	32
<b>1.3. Матрицы и определители. Системы линейных уравнений</b> . . . . .	<b>32</b>
1.3.1. Матрицы и определители . . . . .	32
1.3.2. Действия над матрицами . . . . .	37
1.3.3. Ранг матрицы . . . . .	40
1.3.4. Матрицы со специальными свойствами симметрии . . . . .	42
1.3.5. Системы линейных уравнений . . . . .	42

<b>Глава 2. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА. ТЕНЗОРЫ. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА</b> . . . . .	<b>48</b>
<b>2.1. Прямоугольные системы координат</b> . . . . .	<b>48</b>
2.1.1. Прямоугольная система координат на плоскости . . . . .	48
2.1.2. Прямоугольная система координат в пространстве . . . . .	49
<b>2.2. Криволинейные системы координат</b> . . . . .	<b>50</b>
2.2.1. Полярная система координат . . . . .	50
2.2.2. Криволинейные системы координат в пространстве . . . . .	51
<b>2.3. Векторная алгебра</b> . . . . .	<b>54</b>
2.3.1. Основные понятия . . . . .	54
2.3.2. Умножение векторов на число и их сложение . . . . .	55
2.3.3. Скалярное произведение векторов . . . . .	60
2.3.4. Векторное произведение . . . . .	63
2.3.5. Смешанное произведение . . . . .	65
<b>2.4. Замена системы координат</b> . . . . .	<b>66</b>
2.4.1. Параллельный перенос системы координат . . . . .	66
2.4.2. Поворот системы координат . . . . .	67
<b>2.5. Тензоры</b> . . . . .	<b>68</b>
2.5.1. Основные понятия . . . . .	68
2.5.2. Тензорная алгебра . . . . .	71
2.5.3. Свойства симметричных тензоров второго ранга . . . . .	72
<b>2.6. Векторные пространства</b> . . . . .	<b>74</b>
2.6.1. Понятие векторного пространства . . . . .	74
2.6.2. Линейная зависимость векторов . . . . .	75
2.6.3. Базис пространства. Координаты вектора . . . . .	77
2.6.4. Евклидовы векторные пространства . . . . .	79
<b>2.7. Гильбертово пространство</b> . . . . .	<b>81</b>
<b>2.8. Преобразование координат вектора при изменении базиса</b> . . . . .	<b>84</b>
<b>2.9. Линейные преобразования (линейные операторы)</b> . . . . .	<b>85</b>
<b>2.10. Собственные значения и собственные векторы матриц</b> . . . . .	<b>88</b>
<b>2.11. Квадратичные формы</b> . . . . .	<b>93</b>
2.11.1. Приведение квадратичной формы к каноническому виду . . . . .	93
2.11.2. Классификация квадратичных форм . . . . .	94
2.11.3. Одновременное приведение двух квадратичных форм к сумме квадратов . . . . .	95

<b>Глава 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ</b> . . . . .	<b>97</b>
<b>3.1. Аналитическая геометрия на плоскости</b> . . . . .	<b>97</b>
3.1.1. Метод координат . . . . .	97
3.1.2. Основные формулы . . . . .	98
3.1.3. Преобразование декартовых координат . . . . .	99
3.1.4. Прямая линия . . . . .	101
3.1.5. Взаимное расположение прямых . . . . .	104
3.1.6. Линии второго порядка (конические сечения) . . . . .	106
<b>3.2. Аналитическая геометрия в пространстве</b> . . . . .	<b>120</b>
3.2.1. Уравнение поверхности и линии . . . . .	120
3.2.2. Основные формулы в декартовых координатах . . . . .	122
3.2.3. Плоскость . . . . .	124
3.2.4. Прямая линия . . . . .	126
3.2.5. Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей . . . . .	128
3.2.6. Поверхности второго порядка . . . . .	131
<b>Глава 4. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА</b> . . . . .	<b>142</b>
<b>4.1. Действительная функция одной действительной переменной</b> . . . . .	<b>142</b>
4.1.1. Понятие функции . . . . .	142
4.1.2. Способы задания функций . . . . .	143
4.1.3. Свойства функций. Функции со специальными свойствами . . . . .	144
<b>4.2. Числовые последовательности</b> . . . . .	<b>147</b>
4.2.1. Предел числовой последовательности . . . . .	147
4.2.2. Признаки существования предела . . . . .	149
4.2.3. Основные свойства сходящихся последовательностей . . . . .	149
4.2.4. Число $e$ . . . . .	149
4.2.5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности . . . . .	150
4.2.6. Неопределенности . . . . .	150
4.2.7. Предельная точка последовательности . . . . .	151
<b>4.3. Предел функции</b> . . . . .	<b>152</b>
4.3.1. Определение предела . . . . .	152
4.3.2. Критерий Коши существования конечного предела функции . . . . .	153
4.3.3. Односторонние пределы . . . . .	153
4.3.4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции . . . . .	154
4.3.5. Действия над пределами . . . . .	155
<b>4.4. Асимптотические соотношения между функциями</b> . . . . .	<b>156</b>
<b>4.5. Непрерывность функций</b> . . . . .	<b>158</b>

4.6.	Точки разрыва функции и их классификация . . . . .	160
4.7.	Свойства функций, непрерывных на отрезке . . . . .	162
<b>Глава 5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ</b>		
<b>ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ . . . . . 164</b>		
5.1.	Производная и ее геометрический смысл . . . . .	164
5.1.1.	Определение производной . . . . .	164
5.1.2.	Геометрический смысл производной . . . . .	165
5.1.3.	Левая и правая производная . . . . .	166
5.1.4.	Основные правила дифференцирования . . . . .	166
5.1.5.	Производные основных элементарных функций . . . . .	167
5.1.6.	Бесконечная производная . . . . .	168
5.1.7.	Дифференцирование неявных функций . . . . .	169
5.2.	Дифференциал функции . . . . .	169
5.3.	Производная обратной функции . . . . .	170
5.4.	Дифференцирование функций, заданных параметрически . . . . .	171
5.5.	Производные и дифференциалы высших порядков . . . . .	172
5.5.1.	Производные высших порядков . . . . .	172
5.5.2.	Формула Лейбница . . . . .	173
5.5.3.	Дифференциалы высших порядков . . . . .	173
5.5.4.	Инвариантность формы первого дифференциала . . . . .	174
5.6.	Экстремум. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши . . . . .	174
5.6.1.	Экстремум . . . . .	174
5.6.2.	Теорема Ферма (необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции) . . . . .	175
5.6.3.	Теорема Ролля . . . . .	176
5.6.4.	Теорема Лагранжа . . . . .	176
5.6.5.	Теорема Коши . . . . .	176
5.6.6.	Некоторые следствия из теоремы Лагранжа . . . . .	177
5.6.7.	Производная четной (нечетной) функции . . . . .	177
5.7.	Формула Тейлора. Вычисление пределов . . . . .	177
5.8.	Раскрытие неопределенностей. Правило Лопитала . . . . .	180
5.8.1.	Раскрытие неопределенности вида $0/0$ . . . . .	180
5.8.2.	Раскрытие неопределенности вида $\infty/\infty$ . . . . .	181
5.8.3.	Неопределенности вида $0 \cdot \infty$ , $\infty - \infty$ , $0^0$ , $1^\infty$ , $\infty^0$ . . . . .	182
5.9.	Возрастание и убывание функции. Выпуклость и вогнутость кривой. Точки перегиба . . . . .	183
5.9.1.	Достаточный признак возрастания и убывания функции . . . . .	183

5.9.2.	Выпуклость и вогнутость кривой . . . . .	183
5.9.3.	Точки перегиба . . . . .	184
<b>5.10.</b>	<b>Нахождение максимумов и минимумов функций . . . . .</b>	<b>185</b>
5.10.1.	Необходимые условия локального экстремума (максимума и минимума) функции . . . . .	185
5.10.2.	Достаточные условия строгого локального экстремума . . . . .	186
5.10.3.	Нахождение абсолютного экстремума . . . . .	187
<b>5.11.</b>	<b>Асимптоты графика функции . . . . .</b>	<b>188</b>
<b>5.12.</b>	<b>Построение графика функции . . . . .</b>	<b>190</b>
<b>Глава 6.</b>	<b>ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ . . . . .</b>	<b>193</b>
<b>6.1.</b>	<b>Показательная (экспоненциальная) функция . . . . .</b>	<b>193</b>
<b>6.2.</b>	<b>Логарифмическая функция . . . . .</b>	<b>193</b>
<b>6.3.</b>	<b>Гиперболические функции . . . . .</b>	<b>194</b>
6.3.1.	Гиперболический синус . . . . .	194
6.3.2.	Гиперболический косинус . . . . .	194
6.3.3.	Гиперболический тангенс . . . . .	195
6.3.4.	Гиперболический котангенс . . . . .	196
6.3.5.	Обратные гиперболические функции (ареафункции) . . . . .	196
6.3.6.	Некоторые соотношения между гиперболическими функциями . . . . .	197
<b>6.4.</b>	<b>Степенная функция . . . . .</b>	<b>197</b>
<b>6.5.</b>	<b>Тригонометрические функции . . . . .</b>	<b>202</b>
6.5.1.	Определения тригонометрических функций . . . . .	202
6.5.2.	Свойства тригонометрических функций . . . . .	203
6.5.3.	Значения тригонометрических функций при некоторых значениях аргумента . . . . .	206
6.5.4.	Формулы приведения . . . . .	207
6.5.5.	Соотношения между тригонометрическими функциями одного аргумента . . . . .	207
6.5.6.	Тригонометрические функции половинного аргумента и кратных аргументов . . . . .	208
6.5.7.	Тригонометрические функции суммы и разности двух аргументов . . . . .	209
6.5.8.	Суммы, разности и произведения тригонометрических функций . . . . .	209
6.5.9.	Степени тригонометрических функций . . . . .	210
6.5.10.	Обратные тригонометрические функции . . . . .	210
6.5.11.	Тригонометрические уравнения . . . . .	213

<b>Глава 7. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ</b> . . . . .	<b>214</b>
<b>7.1. Первообразная и неопределенный интеграл</b> . . . . .	<b>214</b>
7.1.1. Первообразная функция . . . . .	214
7.1.2. Неопределенный интеграл . . . . .	215
7.1.3. Основные свойства неопределенного интеграла . . . . .	216
7.1.4. Таблица основных неопределенных интегралов . . . . .	216
7.1.5. Основные методы интегрирования . . . . .	218
7.1.6. Интегрирование рациональных функций . . . . .	222
7.1.7. Интегрирование некоторых иррациональных выражений . . . . .	226
7.1.8. Интегрирование тригонометрических, показательных и гиперболических функций . . . . .	229
<b>7.2. Определенный интеграл</b> . . . . .	<b>234</b>
7.2.1. Свойства и геометрический смысл определенного интеграла . . . . .	234
7.2.2. Определенный интеграл как функция верхнего и (или) нижнего предела интегрирования . . . . .	239
7.2.3. Формула Ньютона—Лейбница . . . . .	240
7.2.4. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле . . . . .	241
<b>7.3. Несобственные интегралы</b> . . . . .	<b>243</b>
7.3.1. Несобственные интегралы первого рода . . . . .	243
7.3.2. Несобственные интегралы второго рода . . . . .	248
7.3.3. Сведение несобственных интегралов второго рода к интегралам первого рода . . . . .	251
7.3.4. Некоторые несобственные интегралы . . . . .	251
<b>7.4. Геометрические приложения определенного интеграла</b> . . . . .	<b>252</b>
7.4.1. Вычисление площадей плоских фигур . . . . .	252
7.4.2. Вычисление длин дуг плоских кривых . . . . .	255
7.4.3. Вычисление объемов . . . . .	256
7.4.4. Вычисление площади поверхности вращения . . . . .	257
<b>Глава 8. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ</b> . . . . .	<b>259</b>
<b>8.1. Основные понятия. Предел функции. Непрерывность</b> . . . . .	<b>259</b>
8.1.1. Основные понятия . . . . .	259
8.1.2. Предел функции нескольких переменных . . . . .	262
8.1.3. Непрерывные функции нескольких переменных . . . . .	263
<b>8.2. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b> . . . . .	<b>265</b>
8.2.1. Частные производные . . . . .	265
8.2.2. Дифференциал функции . . . . .	267
8.2.3. Правило дифференцирования сложной функции . . . . .	268

8.2.4.	Дифференцирование неявной функции . . . . .	269
8.2.5.	Производная по направлению. Градиент . . . . .	270
8.2.6.	Инвариантность формы первого дифференциала . . . . .	272
8.2.7.	Дифференциалы высших порядков . . . . .	273
8.2.8.	Формула Тейлора для функций нескольких переменных . . . . .	275
8.2.9.	Теория неявных функций . . . . .	277
8.2.10.	Отображения. Зависимость функций . . . . .	280
8.2.11.	Замена переменных в дифференциальных выражениях . . . . .	283
8.2.12.	Экстремум функции нескольких переменных . . . . .	287
<b>8.3.</b>	<b>Двойные интегралы и их свойства . . . . .</b>	<b>293</b>
8.3.1.	Определение двойного интеграла . . . . .	293
8.3.2.	Геометрические приложения двойного интеграла . . . . .	294
8.3.3.	Свойства двойных интегралов . . . . .	295
8.3.4.	Вычисление двойных интегралов . . . . .	296
8.3.5.	Замена переменных в двойных интегралах . . . . .	300
<b>8.4.</b>	<b>Тройные интегралы и их свойства . . . . .</b>	<b>301</b>
8.4.1.	Определение тройного интеграла . . . . .	301
8.4.2.	Множественный интеграл . . . . .	302
8.4.3.	Вычисление тройных интегралов . . . . .	303
8.4.4.	Замена переменных в тройных интегралах . . . . .	305
<b>8.5.</b>	<b>Криволинейные интегралы . . . . .</b>	<b>306</b>
8.5.1.	Криволинейные интегралы первого рода . . . . .	306
8.5.2.	Криволинейные интегралы второго рода . . . . .	309
8.5.3.	Связь криволинейных интегралов первого и второго рода . . . . .	313
<b>8.6.</b>	<b>Поверхностные интегралы . . . . .</b>	<b>314</b>
8.6.1.	Двухсторонние и односторонние поверхности . . . . .	314
8.6.2.	Площадь поверхности . . . . .	314
8.6.3.	Поверхностные интегралы первого рода . . . . .	316
8.6.4.	Существование и вычисление поверхностных интегралов первого рода . . . . .	317
8.6.5.	Поверхностные интегралы второго рода . . . . .	318
8.6.6.	Существование и вычисление поверхностных интегралов второго рода . . . . .	320
8.6.7.	Связь поверхностных интегралов первого и второго рода . . . . .	322
8.6.8.	Геометрические приложения поверхностных интегралов . . . . .	324
<b>8.7.</b>	<b>Формула Остроградского . . . . .</b>	<b>324</b>
8.7.1.	Односвязные и неодносвязные области . . . . .	324
8.7.2.	Формула Остроградского . . . . .	326
<b>8.8.</b>	<b>Формулы Стокса и Грина . . . . .</b>	<b>327</b>

8.2.4.	Дифференцирование неявной функции . . . . .	269
8.2.5.	Производная по направлению. Градиент . . . . .	270
8.2.6.	Инвариантность формы первого дифференциала . . . . .	272
8.2.7.	Дифференциалы высших порядков . . . . .	273
8.2.8.	Формула Тейлора для функций нескольких переменных . . . . .	275
8.2.9.	Теория неявных функций . . . . .	277
8.2.10.	Отображения. Зависимость функций . . . . .	280
8.2.11.	Замена переменных в дифференциальных выражениях . . . . .	283
8.2.12.	Экстремум функции нескольких переменных . . . . .	287
<b>8.3.</b>	<b>Двойные интегралы и их свойства . . . . .</b>	<b>293</b>
8.3.1.	Определение двойного интеграла . . . . .	293
8.3.2.	Геометрические приложения двойного интеграла . . . . .	294
8.3.3.	Свойства двойных интегралов . . . . .	295
8.3.4.	Вычисление двойных интегралов . . . . .	296
8.3.5.	Замена переменных в двойных интегралах . . . . .	300
<b>8.4.</b>	<b>Тройные интегралы и их свойства . . . . .</b>	<b>301</b>
8.4.1.	Определение тройного интеграла . . . . .	301
8.4.2.	Множественный интеграл . . . . .	302
8.4.3.	Вычисление тройных интегралов . . . . .	303
8.4.4.	Замена переменных в тройных интегралах . . . . .	305
<b>8.5.</b>	<b>Криволинейные интегралы . . . . .</b>	<b>306</b>
8.5.1.	Криволинейные интегралы первого рода . . . . .	306
8.5.2.	Криволинейные интегралы второго рода . . . . .	309
8.5.3.	Связь криволинейных интегралов первого и второго рода . . . . .	313
<b>8.6.</b>	<b>Поверхностные интегралы . . . . .</b>	<b>314</b>
8.6.1.	Двухсторонние и односторонние поверхности . . . . .	314
8.6.2.	Площадь поверхности . . . . .	314
8.6.3.	Поверхностные интегралы первого рода . . . . .	316
8.6.4.	Существование и вычисление поверхностных интегралов первого рода . . . . .	317
8.6.5.	Поверхностные интегралы второго рода . . . . .	318
8.6.6.	Существование и вычисление поверхностных интегралов второго рода . . . . .	320
8.6.7.	Связь поверхностных интегралов первого и второго рода . . . . .	322
8.6.8.	Геометрические приложения поверхностных интегралов . . . . .	324
<b>8.7.</b>	<b>Формула Остроградского . . . . .</b>	<b>324</b>
8.7.1.	Односвязные и неодносвязные области . . . . .	324
8.7.2.	Формула Остроградского . . . . .	326
<b>8.8.</b>	<b>Формулы Стокса и Грина . . . . .</b>	<b>327</b>



8.8.1.	Формула Стокса . . . . .	327
8.8.2.	Формула Грина . . . . .	328
<b>8.9.</b>	<b>Независимость криволинейных интегралов от пути интегрирования . . . . .</b>	<b>330</b>
8.9.1.	Плоский путь интегрирования . . . . .	330
8.9.2.	Пространственный путь интегрирования . . . . .	333
<b>8.10.</b>	<b>Интегралы, зависящие от параметра . . . . .</b>	<b>334</b>
8.10.1.	Собственные интегралы, зависящие от параметра . . . . .	334
8.10.2.	Несобственные интегралы, зависящие от параметра . . . . .	336
8.10.3.	Применения несобственных интегралов, зависящих от параметра, к вычислению несобственных интегралов . . . . .	339
<b>8.11.</b>	<b>Кратные несобственные интегралы . . . . .</b>	<b>342</b>
8.11.1.	Двойные несобственные интегралы от неограниченных функций . . . . .	342
8.11.2.	Тройные несобственные интегралы от неограниченных функций . . . . .	344
8.11.3.	Двойные несобственные интегралы по неограниченной области . . . . .	344
<b>8.12.</b>	<b>Кратные интегралы, зависящие от параметров . . . . .</b>	<b>346</b>
8.12.1.	Собственные кратные интегралы, зависящие от параметров . . . . .	346
8.12.2.	Несобственные кратные интегралы, зависящие от параметров . . . . .	346
8.12.3.	Ньютонов потенциал . . . . .	347
<b>Глава 9.</b>	<b>РЯДЫ . . . . .</b>	<b>349</b>
<b>9.1.</b>	<b>Числовые ряды и их свойства . . . . .</b>	<b>349</b>
9.1.1.	Общие понятия . . . . .	349
9.1.2.	Свойства сходящихся рядов . . . . .	351
<b>9.2.</b>	<b>Признаки сходимости знакопостоянных рядов . . . . .</b>	<b>352</b>
9.2.1.	Признаки сравнения неотрицательных рядов . . . . .	352
9.2.2.	Признаки Даламбера и Коши . . . . .	353
<b>9.3.</b>	<b>Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды . . . . .</b>	<b>356</b>
9.3.1.	Признак Лейбница сходимости знакопеременяющихся рядов . . . . .	356
9.3.2.	Абсолютно и условно сходящиеся ряды . . . . .	357
<b>9.4.</b>	<b>Бесконечные произведения . . . . .</b>	<b>360</b>
<b>9.5.</b>	<b>Функциональные последовательности и ряды . . . . .</b>	<b>364</b>
9.5.1.	Функциональные последовательности . . . . .	364
9.5.2.	Функциональные ряды . . . . .	365
<b>9.6.</b>	<b>Степенные ряды . . . . .</b>	<b>369</b>
9.6.1.	Общие понятия . . . . .	369
9.6.2.	Свойства степенных рядов . . . . .	371

<b>9.7. Ряд Тейлора. Разложение функций в степенные ряды</b> . . . . .	376
9.7.1. Ряд Тейлора . . . . .	376
9.7.2. Разложение некоторых элементарных функций в степенные ряды . . . . .	377
<b>9.8. Ряды и интегралы Фурье</b> . . . . .	381
9.8.1. Ряды Фурье . . . . .	381
9.8.2. Интегралы Фурье . . . . .	389
<b>Глава 10. ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ</b> . . . . .	<b>395</b>
<b>10.1. Комплексные числа</b> . . . . .	395
10.1.1. Определение комплексных чисел и действия с ними . . . . .	395
10.1.2. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа . . . . .	397
10.1.3. Возведение комплексных чисел в степень и извлечение корня . . . . .	401
10.1.4. Множества точек на комплексной плоскости . . . . .	403
10.1.5. Предел последовательности точек комплексной плоскости . . . . .	404
<b>10.2. Функции комплексной переменной</b> . . . . .	405
10.2.1. Понятие функции . . . . .	405
10.2.2. Предел функции. Непрерывность . . . . .	406
<b>10.3. Аналитические функции</b> . . . . .	407
10.3.1. Производная функции. Условия Коши—Римана . . . . .	407
10.3.2. Аналитические функции . . . . .	409
<b>10.4. Интегрирование функций комплексной переменной</b> . . . . .	411
10.4.1. Определение интеграла и его свойства . . . . .	411
10.4.2. Интегральные теоремы и формулы . . . . .	413
<b>10.5. Представление аналитических функций рядами</b> . . . . .	417
10.5.1. Функциональные ряды. Степенные ряды . . . . .	417
10.5.2. Ряды Тейлора . . . . .	419
10.5.3. Ряд Лорана . . . . .	421
10.5.4. Особые точки . . . . .	423
10.5.5. Нули и особые точки в бесконечности . . . . .	425
<b>10.6. Вычеты и контурные интегралы</b> . . . . .	427
10.6.1. Основные понятия . . . . .	427
10.6.2. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов . . . . .	431
<b>10.7. Аналитическое продолжение</b> . . . . .	433
10.7.1. Понятие аналитического продолжения . . . . .	433
10.7.2. Аналитическое продолжение при помощи степенных рядов . . . . .	434
10.7.3. Многозначные аналитические функции . . . . .	435

10.7.4.	Аналитическое продолжение действительной аналитической функции . . . . .	435
<b>10.8.</b>	<b>Римановы поверхности. Точки ветвления . . . . .</b>	<b>436</b>
10.8.1.	Общие понятия . . . . .	436
10.8.2.	Условие однолиственности функции . . . . .	436
10.8.3.	Римановы поверхности. Точки ветвления . . . . .	437
10.8.4.	Логарифмические точки ветвления . . . . .	439
10.8.5.	Заключительные замечания . . . . .	440
<b>10.9.</b>	<b>Конформное отображение . . . . .</b>	<b>441</b>
10.9.1.	Понятие и свойства конформного отображения . . . . .	441
10.9.2.	Примеры конформных отображений . . . . .	445
<b>10.10.</b>	<b>Некоторые элементарные функции . . . . .</b>	<b>447</b>
10.10.1.	Общая степенная функция . . . . .	447
10.10.2.	Тригонометрические и гиперболические функции . . . . .	448
10.10.3.	Показательная и логарифмическая функции . . . . .	449
<b>Глава 11.</b>	<b>ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ . . . . .</b>	<b>451</b>
<b>11.1.</b>	<b>Обыкновенные дифференциальные уравнения . . . . .</b>	<b>451</b>
11.1.1.	Основные понятия. Достаточные условия существования и единственности решения . . . . .	451
11.1.2.	Дифференциальные уравнения первого порядка . . . . .	459
11.1.3.	Дифференциальные уравнения высших порядков . . . . .	490
11.1.4.	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков . . . . .	495
11.1.5.	Линейные системы дифференциальных уравнений . . . . .	519
11.1.6.	Теория устойчивости . . . . .	527
11.1.7.	Операционный метод решения дифференциальных уравнений . . . . .	531
<b>11.2.</b>	<b>Дифференциальные уравнения с частными производными . . . . .</b>	<b>536</b>
11.2.1.	Основные понятия и определения . . . . .	536
11.2.2.	Уравнения с частными производными первого порядка . . . . .	539
11.2.3.	Уравнения с частными производными второго порядка . . . . .	551
11.2.4.	Методы решения уравнений гиперболического типа . . . . .	562
11.2.5.	Уравнения эллиптического типа . . . . .	586
11.2.6.	Решение уравнений параболического типа . . . . .	596
<b>Глава 12.</b>	<b>ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ . . . . .</b>	<b>604</b>
<b>12.1.</b>	<b>Общие сведения . . . . .</b>	<b>604</b>
<b>12.2.</b>	<b>Вариация функционала от функции одной независимой переменной . . . . .</b>	<b>607</b>
<b>12.3.</b>	<b>Необходимое условие экстремума функционала. Уравнение Эйлера . . . . .</b>	<b>608</b>
<b>12.4.</b>	<b>Достаточные условия слабого экстремума . . . . .</b>	<b>611</b>

12.5. Задача со свободными концами . . . . .	613
12.6. Функционалы от нескольких функций одной независимой переменной . . . . .	614
12.7. Функционалы, зависящие от производных высших порядков . . . . .	615
12.8. Функционалы от функций нескольких независимых переменных . . . . .	615
12.9. Условные экстремумы. Метод множителей Лагранжа . . . . .	617
12.10. Изопериметрические задачи . . . . .	618
12.11. Прямые методы решения вариационных задач . . . . .	621
<b>Глава 13. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ . . . . .</b>	<b>624</b>
13.1. Векторные функции одного скалярного аргумента . . . . .	624
13.1.1. Векторная функция и ее предел . . . . .	624
13.1.2. Дифференцирование . . . . .	625
13.2. Скалярные и векторные поля . . . . .	627
13.2.1. Скалярное поле . . . . .	627
13.2.2. Векторное поле . . . . .	628
13.3. Производная скалярного поля по направлению. Градиент . . . . .	629
13.4. Криволинейные интегралы. Потенциальное поле . . . . .	631
13.4.1. Криволинейные интегралы . . . . .	631
13.4.2. Потенциальное поле . . . . .	633
13.5. Поверхностные и объемные интегралы . . . . .	634
13.5.1. Поверхностные интегралы . . . . .	634
13.5.2. Объемные интегралы . . . . .	636
13.6. Дивергенция и ротор векторного поля. Производная по направлению . . . . .	636
13.6.1. Дивергенция . . . . .	636
13.6.2. Ротор . . . . .	637
13.6.3. Производная по направлению . . . . .	639
13.7. Основные формулы векторного анализа . . . . .	640
13.8. Интегральные формулы . . . . .	643
13.8.1. Формула Остроградского . . . . .	643
13.8.2. Следствия из формулы Остроградского . . . . .	643
13.8.3. Формула Стокса . . . . .	644
13.9. Нахождение векторного поля по ротору и градиенту . . . . .	645
13.10. Цилиндрические и сферические координаты . . . . .	646
13.11. Некоторые сведения из тензорного анализа . . . . .	648

<b>Глава 14. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ</b> . . . . .	<b>652</b>
<b>14.1. Кривые на плоскости</b> . . . . .	<b>652</b>
14.1.1. Способы задания кривых на плоскости. Длина дуги кривой . . . . .	652
14.1.2. Касательная и нормаль к плоской кривой . . . . .	653
14.1.3. Особые точки кривой . . . . .	655
14.1.4. Асимптоты . . . . .	657
14.1.5. Кривизна плоской кривой . . . . .	658
14.1.6. Касание плоских кривых . . . . .	661
14.1.7. Дискриминантная кривая и огибающая семейства кривых . . . . .	662
14.1.8. Эволюта и эвольвента . . . . .	664
14.1.9. Изогональные траектории . . . . .	665
<b>14.2. Кривые в пространстве</b> . . . . .	<b>667</b>
14.2.1. Способы задания кривых. Длина дуги кривой . . . . .	667
14.2.2. Основные элементы пространственной кривой . . . . .	668
14.2.3. Формулы Серре—Френе . . . . .	671
<b>14.3. Поверхности</b> . . . . .	<b>671</b>
14.3.1. Общие сведения . . . . .	671
14.3.2. Касательная плоскость и нормаль к поверхности . . . . .	673
14.3.3. Первая квадратичная форма поверхности. Элемент длины дуги и элемент площади . . . . .	676
14.3.4. Вторая квадратичная форма поверхности. Кривизна кривой на поверхности . . . . .	677
14.3.5. Главные кривизны, гауссова кривизна и средняя кривизна поверхности . . . . .	679
14.3.6. Классификация точек поверхности . . . . .	680
14.3.7. Специальные кривые и направления на поверхности . . . . .	681
14.3.8. Связь средней кривизны с вариацией площади поверхности . . . . .	682
14.3.9. Некоторые специальные поверхности . . . . .	683
<b>14.4. Формулы Гаусса, Вейнгартена и Гаусса—Бонне</b> . . . . .	<b>683</b>
<b>Глава 15. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА</b> . . . . .	<b>686</b>
<b>15.1. Теория вероятностей</b> . . . . .	<b>686</b>
15.1.1. Испытания и события . . . . .	686
15.1.2. Классическое определение вероятности . . . . .	687
15.1.3. Статистическое определение вероятности . . . . .	690
15.1.4. Геометрическое определение вероятности . . . . .	691
15.1.5. Алгебра событий . . . . .	691
15.1.6. Правила сложения и умножения вероятностей . . . . .	694
15.1.7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса . . . . .	697

15.1.8.	Повторение испытаний . . . . .	698
15.1.9.	Случайные величины. Дискретные случайные величины . . . . .	700
15.1.10.	Непрерывные случайные величины . . . . .	705
15.1.11.	Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины . . . . .	712
15.1.12.	Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины . . . . .	715
15.1.13.	Многомерные случайные величины . . . . .	717
15.1.14.	Закон больших чисел . . . . .	722
<b>15.2.</b>	<b>Математическая статистика . . . . .</b>	<b>725</b>
15.2.1.	Выборочный метод . . . . .	725
15.2.2.	Полигон и гистограмма . . . . .	727
15.2.3.	Эмпирическая функция распределения . . . . .	728
15.2.4.	Точечная оценка параметров генеральной совокупности . . . . .	730
15.2.5.	Интервальная оценка параметров генеральной совокупности . . . . .	738
15.2.6.	Оценка неизвестной вероятности по относительной частоте . . . . .	741
15.2.7.	Анализ корреляции и регрессии по результатам выборок . . . . .	742
15.2.8.	Проверка статистических гипотез . . . . .	747
15.2.9.	Таблицы . . . . .	765
<b>Глава 16.</b>	<b>ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ . . . . .</b>	<b>778</b>
<b>16.1.</b>	<b>Приближенные числа и действия с ними . . . . .</b>	<b>778</b>
<b>16.2.</b>	<b>Решение систем линейных уравнений . . . . .</b>	<b>781</b>
16.2.1.	Метод Гаусса . . . . .	781
16.2.2.	Метод Гаусса—Жордана . . . . .	783
<b>16.3.</b>	<b>Решение нелинейных уравнений . . . . .</b>	<b>784</b>
16.3.1.	Графическое решение уравнений . . . . .	784
16.3.2.	Метод половинного деления . . . . .	784
16.3.3.	Метод хорд . . . . .	785
16.3.4.	Метод касательных (метод Ньютона) . . . . .	786
16.3.5.	Комбинированный метод хорд и касательных . . . . .	787
16.3.6.	Метод итераций (метод последовательных приближений) . . . . .	787
<b>16.4.</b>	<b>Вычисление значений функций . . . . .</b>	<b>788</b>
16.4.1.	Приближенные формулы . . . . .	788
16.4.2.	Вычисление значений полинома по схеме Горнера . . . . .	788
16.4.3.	Вычисление значений аналитической функции . . . . .	790
<b>16.5.</b>	<b>Интерполяция функций . . . . .</b>	<b>795</b>
16.5.1.	Постановка задачи интерполяции . . . . .	795
16.5.2.	Интерполяционный полином Лагранжа . . . . .	795
16.5.3.	Линейная интерполяция . . . . .	797

16.5.4.	Интерполяционный полином Лагранжа с равноотстоящими узлами . . . . .	798
16.5.5.	Интерполяционные полиномы Ньютона . . . . .	799
16.5.6.	Численное дифференцирование . . . . .	802
<b>16.6.</b>	<b>Приближение (аппроксимация) функций . . . . .</b>	<b>806</b>
16.6.1.	Постановка задачи аппроксимации функций . . . . .	806
16.6.2.	Равномерное приближение функций . . . . .	808
16.6.3.	Метод наименьших квадратов . . . . .	810
16.6.4.	Сплайны . . . . .	811
<b>16.7.</b>	<b>Приближенное вычисление интегралов . . . . .</b>	<b>815</b>
16.7.1.	Вычисление интегралов при помощи рядов . . . . .	815
16.7.2.	Квадратурные формулы . . . . .	816
16.7.3.	Метод Монте-Карло . . . . .	821
<b>16.8.</b>	<b>Численное решение дифференциальных уравнений . . . . .</b>	<b>824</b>
16.8.1.	Метод Эйлера . . . . .	824
16.8.2.	Методы Рунге—Кутты . . . . .	826
16.8.3.	Метод Адамса . . . . .	827
16.8.4.	Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений . . . . .	828
<b>Глава 17.</b>	<b>ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ И ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ . . . . .</b>	<b>832</b>
<b>17.1.</b>	<b>Алгебра логики (алгебра высказываний) . . . . .</b>	<b>832</b>
17.1.1.	Общие сведения . . . . .	832
17.1.2.	Логические операции . . . . .	832
17.1.3.	Формулы и функции алгебры высказываний . . . . .	835
17.1.4.	Логика предикатов . . . . .	837
17.1.5.	Метод математической индукции . . . . .	839
<b>17.2.</b>	<b>Основы теории множеств . . . . .</b>	<b>840</b>
17.2.1.	Основные понятия . . . . .	840
17.2.2.	Операции над множествами . . . . .	841
17.2.3.	Мощность множеств . . . . .	843
17.2.4.	Отображение множеств . . . . .	844
	<b>ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ . . . . .</b>	<b>846</b>
	<b>ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ . . . . .</b>	<b>848</b>
	<b>ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ . . . . .</b>	<b>876</b>