

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Предисловие к первому изданию | 7 |
| Раздел третий. Проективное пространство. Методы изображений | |
| Глава I. Проективное пространство | |
| § 1. Центральное проектирование. Возникновение проективной геометрии | 10 |
| § 2. Понятие проективного пространства | 15 |
| § 3. Координаты точек на проективной плоскости и на проективной прямой | 18 |
| § 4. Модели проективной плоскости и проективного пространства. | 23 |
| § 5. Преобразование координат точек на плоскости и на прямой | 26 |
| § 6. Уравнение прямой. Координаты прямой | 30 |
| § 7. Принцип двойственности | 33 |
| § 8. Теорема Дезарга | 36 |
| § 9. Сложное отношение четырех точек прямой | 38 |
| § 10. Сложное отношение четырех прямых пучка | 43 |
| § 11. Проективные преобразования плоскости | 45 |
| § 12. Предмет проективной геометрии. Аналитическое выражение проективных преобразований | 52 |
| Глава II. Основные факты проективной геометрии | |
| § 13. Полный четырехвершинник. Задачи на построение. | 55 |
| § 14. Проективные отображения прямых и пучков | 58 |
| § 15. Проективные преобразования прямой. Инволюции | 63 |
| § 16. Мнимые точки проективной плоскости. Линии второго порядка | 66 |
| § 17. Проективная классификация линий второго порядка | 71 |
| § 18. Полус и поляра | 73 |
| § 19. Овальная линия второго порядка. | 77 |
| § 20. Задачи на построение, связанные с овальной линией. | 83 |
| § 21. Геометрия на проективной плоскости с фиксированной прямой | 87 |
| § 22. Линии второго порядка на проективной плоскости с фиксированной прямой | 91 |
| § 23. Евклидова геометрия с проективной точки зрения | 97 |
| § 24. Перпендикулярность прямых, равенство отрезков и углов с проективной точки зрения | 100 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 25. Приложение проективной геометрии к решению задач школьного курса геометрии | 107 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

Глава III. Методы изображений

| | |
|--------------------------------------------------------------------|-----|
| § 26. Параллельное проектирование. Аффинные отображения | 115 |
| § 27. Изображение плоских фигур в параллельной проекции | 119 |
| § 28. Изображение многогранников в параллельной проекции | 126 |
| § 29. Изображения цилиндра, конуса и шара | 132 |
| § 30. Аксонометрия | 138 |
| § 31. Полные и неполные изображения. Позиционные задачи | 147 |
| § 32. Построение сечений простейших многогранников | 150 |
| § 33. Метрические задачи | 154 |
| § 34. Понятие о методе Монжа | 161 |

Раздел четвертый. Элементы топологии. Многогранники. Линии и поверхности в евклидовом пространстве

Глава IV. Элементы топологии

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 35. Метрические пространства | 170 |
| § 36. Топологические пространства. | 174 |
| § 37. Непрерывность и гомеоморфизм. | 178 |
| § 38. Отделимость. Компактность. Связность | 181 |
| § 39. Многообразия | 183 |
| § 40. Понятие о клеточном разложении. Эйлерова характеристика многообразия | 186 |
| § 41. Ориентируемые и неориентируемые двумерные многообразия | 188 |
| § 42. Понятие о классификации компактных двумерных многообразий | 191 |
| § 43. Топологические свойства листа Мебиуса и проективной плоскости | 193 |

Глава V. Многогранники в евклидовом пространстве

| | |
|------------------------------------------------------------|-----|
| § 44. Геометрическое тело | 197 |
| § 45. Выпуклые многогранники. | 199 |
| § 46. Правильные многогранники | 204 |
| § 47. Группы симметрии правильных многогранников | 211 |

Глава VI. Линии в евклидовом пространстве

| | |
|--------------------------------------------------------|-----|
| § 48. Векторная функция скалярного аргумента | 218 |
| § 49. Понятие линии | 221 |
| § 50. Гладкие линии | 225 |
| § 51. Касательная. Длина дуги. | 229 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 52. Кривизна и кручение линии. | 232 |
| § 53. Вычисление кривизны и кручения в произвольной параметризации. Винтовая линия | 238 |

Глава VII. Поверхности в евклидовом пространстве

| | |
|---------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 54. Понятие поверхности | 243 |
| § 55. Гладкие поверхности | 247 |
| § 56. Касательная плоскость и нормаль | 252 |
| § 57. Первая квадратичная форма поверхности. | 256 |
| § 58. Кривизна кривой на поверхности. Вторая квадратичная форма | 260 |
| § 59. Главные кривизны. Полная и средняя кривизны поверхности | 264 |
| § 60. Примеры поверхностей постоянной кривизны | 269 |

Глава VIII. Внутренняя геометрия поверхности

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 61. Внутренняя геометрия поверхности. Дериационные формулы | 273 |
| § 62. Теорема Гаусса. Геодезическая кривизна линии на поверхности | 276 |
| § 63. Изометрические поверхности. Изгибание поверхности | 279 |
| § 64. Геодезические линии | 284 |
| § 65. Дефект геодезического треугольника | 288 |
| § 66. Теорема об эйлеровой характеристике для гладкой поверхности, гомеоморфной сфере с p ручками | 290 |

Раздел пятый. Основания геометрии

Глава IX. Исторический обзор обоснования геометрии. Элементы геометрии Лобачевского

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 67. Геометрия до Евклида. «Начала» Евклида. | 293 |
| § 68. Критика системы Евклида. | 296 |
| § 69. Пятый постулат Евклида. | 299 |
| § 70. Н. И. Лобачевский и его геометрия. | 303 |
| § 71. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом групп I—II | 306 |
| § 72. Система аксиом Гильберта. Обзор следствий из аксиом групп I—V | 309 |
| § 73. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому | 313 |
| § 74. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского | 319 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 75. Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского | 322 |
| § 76. Окружность, эквидистанта и орицикл | 325 |

Глава X. Общие вопросы аксиоматики. Обоснование евклидовой геометрии

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 77. Понятие о математической структуре | 332 |
| § 78. Интерпретации системы аксиом. Изоморфизм структур | 336 |
| § 79. Непротиворечивость, независимость и полнота системы аксиом | 338 |
| § 80. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского | 343 |
| § 81. Система аксиом Вейля трехмерного евклидова пространства | 349 |
| § 82. Луч, угол, отрезок | 354 |
| § 83. Равенство отрезков и углов. Длина отрезка | 358 |
| § 84. Аксиоматика А. В. Погорелова школьного курса геометрии | 363 |
| § 85. Об аксиомах школьного курса геометрии | 366 |

Глава XI. Длина, площадь и объем

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 86. Длина отрезка. Теорема существования | 371 |
| § 87. Измерение отрезков. Теорема единственности | 375 |
| § 88. Площадь многоугольника в евклидовой геометрии. Теорема существования | 378 |
| § 89. Теорема единственности. Равновеликие и равносторонние многоугольники | 383 |
| § 90. Объем многогранника в евклидовом пространстве (обзор) | 386 |

Глава XII. Неевклидовы геометрии

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 91. Гиперболическое пространство | 389 |
| § 92. Модель Кэли — Клейна плоскости Лобачевского | 394 |
| § 93. О свойствах параллельных и расходящихся прямых на плоскости Лобачевского | 399 |
| § 94. Понятие о сферической геометрии | 403 |
| § 95. Понятие об эллиптической геометрии Римана | 407 |

| | |
|-----------------------------|-----|
| Заключение | 410 |
|-----------------------------|-----|

| | |
|-------------------------------|-----|
| Что такое геометрия | 410 |
|-------------------------------|-----|

| | |
|--------------------------------|-----|
| Из истории геометрии | 412 |
|--------------------------------|-----|

| | |
|-----------------------------|-----|
| Литература | 417 |
|-----------------------------|-----|

| | |
|---------------------------------------|-----|
| Предметный указатель | 418 |
|---------------------------------------|-----|