

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> . . . . .	8
<b>ГЛАВА I. Метод координат</b>	
<b>§ 1. Координаты на плоскости</b> . . . . .	9
1.1. Декартовы и полярные координаты на плоскости . . . . .	—
1.2. Аналитическое задание множеств на плоскости . . . . .	11
<b>§ 2. Координаты в пространстве</b> . . . . .	13
2.1. Декартовы координаты в пространстве . . . . .	—
2.2. Аналитическое задание множеств в пространстве . . . . .	14
<b>§ 3. Векторы</b> . . . . .	16
3.1. Равенство векторов. Линейные операции над векторами. Координаты векторов . . . . .	—
3.2. Скалярное произведение векторов . . . . .	19
3.3. Векторное произведение векторов . . . . .	20
3.4. Смешанное произведение векторов . . . . .	21
3.5. Общий раздел . . . . .	22
3.6. Применение векторов к решению геометрических задач . . . . .	23
<b>§ 4. Прямая на плоскости</b> . . . . .	25
4.1. Разные виды уравнений прямой . . . . .	—
4.2. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми . . . . .	26
4.3. Расстояние от точки до прямой . . . . .	28
4.4. Смешанный раздел . . . . .	29
<b>§ 5. Кривые второго порядка</b> . . . . .	29
5.1. Эллипс . . . . .	—
5.2. Гипербола . . . . .	30
5.3. Парабола . . . . .	32
5.4. Смешанный раздел . . . . .	33
<b>§ 6. Плоскость</b> . . . . .	34
6.1. Разные виды уравнений плоскости . . . . .	—
6.2. Взаимное расположение плоскостей. Пучок плоскостей. Расстояние от точки до плоскости . . . . .	—
<b>§ 7. Прямая в пространстве</b> . . . . .	36
7.1. Разные виды уравнений прямой . . . . .	—
7.2. Взаимное расположение двух прямых в пространстве . . . . .	—
7.3. Прямая и плоскость в пространстве . . . . .	37
7.4. Смешанный раздел . . . . .	38

<b>§ 8. Поверхности второго порядка</b>	40
8.1 Цилиндры и конусы	—
8.2. Поверхности вращения	41
8.3. Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды	42
8.4. Смешанный раздел	43

## ГЛАВА II. Повторение школьного курса геометрии

<b>§ 9. Планиметрия</b>	45
9.1. Углы и многоугольники	—
9.2. Окружности	46
9.3. Геометрические места (множества) точек плоскости	—
<b>§ 10. Стереометрия</b>	47
10.1. Точки, прямые и плоскости	—
10.2. Параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей	48
10.3. Углы в пространстве	50
10.4. Расстояния	53
10.5. Построения в пространстве	54

## ГЛАВА III. Преобразования

<b>§ 11. Движения плоскости</b>	57
11.1. Общие свойства движений плоскости	—
11.2. Осевая симметрия	—
11.3. Параллельный перенос	58
11.4. Поворот	—
11.5. Композиция движений	59
11.6. Элементы симметрии плоских фигур	60
11.7. Аналитическое задание движений	61
11.8. Применение движений к решению планиметрических задач на доказательство и вычисление	62
<b>§ 12. Движения пространства</b>	65
12.1. Общие свойства движений пространства	—
12.2. Зеркальная симметрия	66
12.3. Поворот вокруг прямой	67
12.4. Параллельный перенос	68
12.5. Композиция движений пространства	—
12.6. Элементы симметрии пространственных фигур	69
12.7. Применение движений пространства к решению стереометрических задач на доказательство	71
<b>§ 13. Подобие</b>	73
13.1. Гомотетия плоскости и пространства	—
13.2. Применение гомотетии к решению задач	74
13.3. Преобразование подобия	75
<b>§ 14. Инверсия</b>	77

## ГЛАВА IV. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки

<b>§ 15. Методы решения задач на построение</b> . . . . .	79
15.1. Метод геометрических мест точек (пересечения множеств)	—
15.2. Метод осевой симметрии . . . . .	80
15.3. Метод поворота . . . . .	82
15.4. Метод параллельного переноса . . . . .	—
15.5. Метод подобия . . . . .	83
15.6. Алгебраический метод . . . . .	84
15.7. Метод инверсии . . . . .	85
<b>§ 16. Общий раздел</b> . . . . .	—

## ГЛАВА V. Изображение плоских и пространственных фигур

<b>§ 17. Изображение фигур в параллельной проекции</b> . . . . .	88
17.1. Свойства параллельного проектирования . . . . .	—
17.2. Изображение плоских фигур . . . . .	89
17.3. Изображение пространственных фигур . . . . .	91
<b>§ 18. Решение задач на проекционном чертеже</b> . . . . .	92
18.1. Простейшие задачи . . . . .	—
18.2. Построение сечений многогранников плоскостями, заданными тремя точками . . . . .	93
18.3. Построение сечения многогранника плоскостью, параллельной некоторой прямой или некоторой плоскости . . . . .	94
18.4. Метрические задачи . . . . .	95
18.5. Смешанный раздел . . . . .	97

## ГЛАВА VI. Площадь и объем

<b>§ 19. Площадь многоугольной фигуры</b> . . . . .	98
19.1. Вычисление площади многоугольной фигуры . . . . .	—
19.2. Применение понятия площади фигуры к решению планиметрических задач на доказательство . . . . .	100
<b>§ 20. Объем многогранной фигуры</b> . . . . .	—
20.1. Вычисление объемов многогранных тел . . . . .	—
20.2. Применение понятия объема к решению стереометрических задач . . . . .	101

## ГЛАВА VII. Геометрия Лобачевского

<b>§ 21. Решение задач на плоскости Лобачевского</b> . . . . .	103
21.1. Взаимное расположение прямых . . . . .	—
21.2. Многоугольники . . . . .	104
21.3. Движения . . . . .	106
21.4. Окружность, эквидистанта, орицикл . . . . .	108
<b>§ 22. Решение задач в модели Пуанкаре</b> . . . . .	109
22.1. Построения в модели Пуанкаре . . . . .	—
22.2. Задачи на доказательство в модели Пуанкаре . . . . .	110

## ГЛАВА VIII. Многомерная геометрия

<b>§ 23. Евклидовы векторные пространства</b> . . . . .	112
23.1. Скалярное произведение. Ортогональное дополнение подпространства . . . . .	—
23.2. Линейные операторы . . . . .	115
23.3. Билинейные и квадратичные формы . . . . .	116
<b>§ 24. Координаты в аффинном и евклидовом точечном пространствах. Плоскости</b> . . . . .	117
24.1. Координаты . . . . .	—
24.2. Плоскости в аффинном пространстве . . . . .	119
24.3. Плоскости в евклидовом пространстве . . . . .	122
<b>§ 25. Фигуры в пространстве <math>E^n</math></b> . . . . .	124
25.1. Гиперсферы . . . . .	—
25.2. Выпуклые многогранники . . . . .	126
25.3. Разные фигуры в пространстве $E^4$ . . . . .	127
<b>§ 26. Преобразования пространств <math>A^n</math> и <math>E^n</math></b> . . . . .	129
26.1. Движения пространства $E^n$ . . . . .	—
26.2. Аффинные преобразования пространства $A^n$ . . . . .	131
26.3. Аффинные преобразования евклидовой плоскости . . . . .	132
26.4. Применение аффинных преобразований к решению задач . . . . .	134
<b>§ 27. Квадрики</b> . . . . .	135
27.1. Квадрики в аффинном пространстве . . . . .	—
27.2. Квадрики в евклидовом пространстве . . . . .	—
<b>§ 28. Псевдоевклидово пространство</b> . . . . .	136
28.1. Двумерное псевдоевклидово пространство . . . . .	—
28.2. Трехмерное псевдоевклидово пространство . . . . .	137

## ГЛАВА IX. Проективная геометрия

<b>§ 29. Центральная проекция. Теорема Дезарга</b> . . . . .	139
29.1. Центральная проекция. Расширенная евклидова плоскость . . . . .	—
29.2. Теорема Дезарга . . . . .	140
<b>§ 30. Проективные координаты. Сложное отношение</b> . . . . .	141
30.1. Координаты. Уравнение прямой . . . . .	—
30.2. Сложное отношение . . . . .	142
<b>§ 31. Проективные преобразования. Квадрики</b> . . . . .	143
31.1. Проективные преобразования . . . . .	—
31.2. Квадрики . . . . .	144
31.3. Модель Кэли — Клейна планиметрии Лобачевского . . . . .	145

## ГЛАВА X. Элементы топологии

<b>§ 32. Свойства топологических пространств</b> . . . . .	146
32.1. Открытые и замкнутые множества . . . . .	—
32.2. Внутренние, внешние, граничные точки. Замыкание . . . . .	147
32.3. Подпространство . . . . .	148
32.4. Связность, отделимость, компактность . . . . .	149

<b>§ 33. отображения топологических пространств</b>	150
33.1. Непрерывные отображения	—
33.2. Гомеоморфизмы	151
<b>§ 34. Топологические свойства поверхностей</b>	152
34.1. Многообразия	—
34.2. Эйлерова характеристика	153

## ГЛАВА XI. Дифференциальная геометрия

<b>§ 35. Уравнения кривых</b>	155
35.1. Векторные функции	—
35.2. Уравнения плоских кривых	156
35.3. Уравнения пространственных кривых	157
<b>§ 36. Свойства кривых</b>	158
36.1. Касательная и нормаль плоской кривой	—
36.2. Сопровождающий трехгранник	160
36.3. Длина дуги кривой. Кривизна. Кручение	162
<b>§ 37. Уравнение поверхности. Касательная плоскость</b>	165
37.1. Уравнение поверхности	—
37.2. Касательная плоскость и нормаль поверхности	166
<b>§ 38. Свойства поверхности</b>	168
38.1. Первая квадратичная форма	—
38.2. Вторая квадратичная форма. Нормальная кривизна	170
38.3. Гауссова и средняя кривизны	172
38.4. Геодезическая кривизна и геодезические линии	173
ОТВЕТЫ	174
УКАЗАНИЯ И РЕШЕНИЯ	213
ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА	242