

Оглавление

Предисловие	3
Введение.....	4
Глава 1. Численные методы алгебры	7
1.1. Основные понятия линейной алгебры.....	8
1.2. Основные трудности решения систем линейных уравнений. Классификация методов решения.....	13
1.3. Метод исключения Гаусса	16
1.4. Вычисление определителя и обратной матрицы методом исключения.....	18
1.5. Метод прогонки для решения систем линейных уравнений с трехдиагональной матрицей.....	19
1.6. Итерационные методы решения линейных уравнений	23
1.7. Решение нелинейных уравнений. Два этапа отыскания корня.....	30
1.8. Метод половинного деления.....	33
1.9. Метод простой итерации нахождения корней нелинейных уравнений	34
1.10. Метод Ньютона и некоторые его модификации.....	38
1.11. Метод секущих.....	41
1.12. Метод парабол	42
1.13. Методы нахождения корней систем нелинейных уравнений. Ускорение сходимости по Эйткену	43
1.14. Введение в проблему собственных значений	48
1.15. Итерационный метод вращения для нахождения собственных значений.....	50
1.16. Метод Данилевского для построения характеристического многочлена матрицы	53
1.17. Метод интерполяции для построения характеристического многочлена.....	55
1.18. Численные методы оптимизации	56
1.19. Численные методы отыскания безусловного экстремума функции одной переменной.....	57

1.20. Численные методы отыскания безусловного экстремума функции многих переменных.....	59
1.21. Численные методы отыскания условного экстремума	65
1.22. Линейное программирование	69

Глава 2. Приближение функций.

Численное интегрирование и дифференцирование..... 71

2.1. Постановка задачи об аппроксимации функций.....	71
2.2. Интерполяция.....	73
2.3. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа	74
2.4. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона.....	77
2.5. Погрешность и сходимость интерполяции.....	80
2.6. Интерполяция сплайнами	84
2.7. Приближение методом наименьших квадратов.....	87
2.8. Постановка задачи численного дифференцирования	90
2.9. Дифференцирование интерполяционного многочлена Ньютона	91
2.10. Безразностные формулы численного дифференцирования для равноотстоящих узлов.....	94
2.11. Применение ряда Тейлора для численного дифференцирования.....	96
2.12. Постановка задачи численного интегрирования.....	97
2.13. Формулы численного интегрирования	98
2.14. Метод Рунге – Ромберга – Ричардсона повышения порядков точности.....	103
2.15. Метод статистических испытаний	104

Глава 3. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.....125

3.1. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений.....	125
3.2. Понятие о методе конечных разностей. Порядок точности разностной схемы.....	130
3.3. Метод Эйлера. Метод Эйлера с пересчетом.....	133
3.4. Метод Рунге – Кутты	136
3.5. Многошаговый метод Адамса	138
3.6. Неявные схемы. Понятие о жестких системах.....	140
3.7. Постановка краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения.....	144
3.8. Метод стрельбы.....	144
3.9. Конечно-разностный метод решения краевых задач	146
3.10. Интегральные уравнения	147

Глава 4. Численные методы решения уравнений в частных производных	151
4.1. Некоторые сведения из теории уравнений в частных производных.....	151
4.2. Основные понятия метода сеток. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.....	159
4.3. Явные и неявные разностные схемы.....	165
4.4. Аппроксимация, устойчивость, сходимость разностных схем. Основные понятия.....	167
4.5. Примеры неустойчивых разностных схем.....	169
4.6. Практические правила исследования устойчивости.....	173
4.7. Спектральный признак устойчивости.....	174
4.8. Принцип максимума.....	175
4.9. Метод гармоник Фурье исследования устойчивости разностных схем.....	175
4.10. Применение метода гармоник Фурье для исследования устойчивости разностных схем в уравнениях переноса.....	177
4.11. Применение метода гармоник Фурье в задачах исследования устойчивости разностных схем для уравнения теплопроводности.....	180
4.12. Метод переменных направлений.....	181
4.13. Математические и физические основы метода установления.....	187
4.14. Разностные схемы метода установления.....	191
4.15. Методы сквозного счета.....	196
4.16. Метод прямых.....	201
4.17. Метод характеристик.....	204
4.18. Метод конечных элементов.....	207
Литература	216
Именной указатель.....	217

СБОРНИК ЗАДАЧ

Предисловие	221
Глава 1. Численные методы линейной алгебры	223
1.1. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.....	223
1.1.1. Метод Гаусса.....	223
1.1.2. Метод прогонки.....	233
1.1.3. Нормы векторов и матриц.....	236
1.1.4. Итерационные методы решения СЛАУ.....	240

1.2. Численные методы решения задач на собственные значения и собственные векторы матриц	246
1.2.1. Основные определения и спектральные свойства матриц.....	246
1.2.2. Метод вращений Якоби численного решения задач на собственные значения и собственные векторы матриц.....	248
1.2.3. Частичная проблема собственных значений и собственных векторов матрицы. Степенной метод.....	253
1.2.4. QR-алгоритм нахождения собственных значений матриц.....	255
<i>Задачи</i>	262
<i>Ответы</i>	271
Глава 2. Нелинейные уравнения и системы нелинейных уравнений	280
2.1. Решение нелинейных уравнений	280
2.2. Решение систем нелинейных уравнений.....	286
<i>Задачи</i>	296
<i>Ответы</i>	297
Глава 3. Приближение функций.	
Численное дифференцирование и интегрирование.....	299
3.1. Интерполяция.....	299
3.2. Метод наименьших квадратов	306
3.3. Численное дифференцирование	309
3.4. Численное интегрирование.....	312
<i>Задачи</i>	316
<i>Ответы</i>	331
Глава 4. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	335
4.1. Численные методы решения задачи Коши.....	335
4.1.1. Задача Коши для одного обыкновенного дифференциального уравнения.....	335
4.1.2. Одношаговые методы.....	336
4.1.3. Решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений	341
4.1.4. Решение задачи Коши для ОДУ второго и более высоких порядков.....	343
4.1.5. Решение дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом	350
4.1.6. Многошаговые методы. Метод Адамса.....	352
4.2. Численные методы решения краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.....	355

4.2.1. Метод стрельбы.....	356
4.2.2. Конечно-разностный метод решения краевой задачи.....	358
<i>Задачи</i>	361

Глава 5. Численное решение дифференциальных уравнений с частными производными376

5.1. Численное решение уравнений параболического типа. Понятие о методе конечных разностей. Основные определения и конечно-разностные схемы.....	376
5.1.1. Постановка задач для уравнений параболического типа.....	376
5.1.2. Понятие о методе конечных разностей. Применение метода конечных разностей к решению уравнений параболического типа.....	378
5.1.3. Аппроксимация граничных условий, содержащих производные.....	382
5.2. Метод конечных разностей для решения уравнений гиперболического типа.....	387
5.2.1. Постановка задач для уравнений гиперболического типа.....	387
5.2.2. Конечно-разностная аппроксимация уравнений гиперболического типа.....	389
5.3. Метод конечных разностей для решения уравнений эллиптического типа.....	393
5.3.1. Постановка задач для уравнений эллиптического типа.....	393
5.3.2. Конечно-разностная аппроксимация задач для уравнений эллиптического типа.....	394
5.4. Метод конечных разностей решения многомерных задач математической физики. Методы расщепления.....	397
5.4.1. Метод переменных направлений.....	398
5.4.2. Метод дробных шагов.....	400
5.4.3. Методы расщепления численного решения эллиптических задач.....	401
5.5. Основные понятия, связанные с конечно-разностной аппроксимацией дифференциальных задач.....	401
5.5.1. Аппроксимация и порядок аппроксимации.....	402
5.5.2. Устойчивость.....	403
5.5.3. Сходимость и порядок сходимости.....	404
<i>Задачи</i>	404

Литература	416
Оглавление	417