

Содержание

	Предисловие к русскому изданию	7
1.	Введение	9
2.	Математика как путь развития мышления — прошлое и настоящее	12
2.1.	Древние культуры	12
2.2.	Наше время	23
3.	Отдельные темы из практики преподавания	31
3.1.	«Сколько?» — Числа и числовые системы	31
3.1.1.	Счет и числа	31
3.1.2.	Системы счисления в ранних культурах	35
3.1.3.	Пятеричная система с числами	41
3.1.4.	Двоичная система	42
3.1.5.	Числа и фигуры	45
3.1.6.	Две задачи на деление круга	48
3.1.7.	Генераторы простых чисел	52
3.1.8.	Упражнения	54
3.2.	Треугольник Паскаля	56
3.2.1.	Уличная сеть	56
3.2.2.	Совершенно новая задача	59
3.2.3.	Треугольник Паскаля	61
3.2.4.	Биномиальные коэффициенты	66
3.2.5.	Применение в физике (учение о теплоте)	67
3.2.6.	Удивительный треугольник	68
3.2.7.	Взгляд на вероятность, шанс и риск	69
3.2.8.	Упражнения	73
3.3.	Числа Фибоначчи	75
3.3.1.	Фибоначчи	75

3.3.2.	Задача Фибоначчи о кроликах	76
3.3.3.	Еще о числах Фибоначчи	83
3.3.4.	Расположение листьев	84
3.3.5.	Золотое сечение	88
3.3.6.	Золотое сечение в искусстве и в природе	90
3.3.7.	Упражнения	92
3.4	1, 2, 3, 4... и 1, 2, 4, 8, 16... Два важных принципа роста	95
3.4.1.	Клавиатура фортепиано	95
3.4.2.	Бактерии и радиоактивные вещества	97
3.4.3.	Трудная задача настройщика фортепиано	102
3.4.4.	Некоторые психологические наблюдения	105
3.4.5.	Закон Вебера—Фехнера, или психофизический закон	108
3.4.6.	Математика и рост населения	113
3.4.7.	Упражнения	119
3.5	Шаг от арифметики к алгебре	122
3.5.1.	Почему «алгебра»?	122
3.5.2.	«Экспериментируем» дальше	124
3.5.3.	Признак деления на девять	127
3.5.4.	Пример — учитель	128
3.5.5.	Магические шестиугольники	131
3.5.6.	Математическая индукция	133
3.5.7.	От числовой загадки к алгебре	138
3.5.8.	Упражнения	141
3.6.	Верное и ошибочное суждение	143
3.6.1.	Большие шарики и маленькие шарики	143
3.6.2.	Берегись среднего арифметического	147
3.6.3.	Исчисление процентов	148
3.6.4.	Упражнения	151
3.7.	Геометрия в природе и язык форм	153
3.7.1.	Многогранники	153
3.7.2.	Кривые и семейства кривых	166
3.7.3.	Упражнения	175

3.8	Превращения кривых	176
	3.8.1. Четыре примера	177
	3.8.2. И вновь природные формы	190
	3.8.3 Упражнения	192
3.9.	Сферическая геометрия	194
	3.9.1. Несколько основных положений	194
	3.9.2. Чему равна сумма углов сферического треугольника?	198
	3.9.3. Расстояния	202
	3.9.4. Упражнения	205
3.10.	Немного о проективной геометрии	206
	3.10.1. От Евклида к проективной геометрии	206
	3.10.2. Треугольники Дезарга	210
	3.10.3. Упражнения	219
3.11.	Джордж Буль и теория множеств	221
	3.11.1. Вклад первооткрывателя	221
	3.11.2. Некоторые применения	224
	3.11.3. Джордж Буль	225
	3.11.4. Правила работы с множествами	229
	3.11.5. Некоторые применения теории множеств	230
	3.11.6. Логика и истина	232
	3.11.7. Переключающие схемы	235
	3.11.8. Упражнения	237
3.12.	Упражнения на образование понятий	239
	3.12.1. От Галилея до Римана	239
	3.12.2. Галилей	241
	3.12.3. Интеграл Римана	242
	3.12.4. Как вычисляется интеграл Римана	246
	3.12.5. Не слишком ли много «теории»?	248
	3.12.6. Несколько слов о Карле Вейерштрассе	249
	3.12.7. Немного об исследованиях Георга Кантора	250
	3.12.8. Упражнения	255

4.	Математика — область тренировки мышления	257
4.1.	Обретение уверенности в мышлении	257
4.2.	Формализм в математике	262
4.3.	Доверие к мышлению	265
5.	Математика и естествознание	267
5.1.	Естественные науки	267
5.2.	Математика	270
5.3.	Два параллелограмма	272
5.4.	Декарт, Ньютон и Гаусс	273
6.	Математика как школьный предмет	276
6.1.	Теория и практика на уроках	276
6.2.	Количество и качество — обучение на разных ступенях	280
6.3.	Всем ли нужна математика?	289
7.	Математика и подростковый возраст	294
7.1.	Фазы развития ребенка вплоть до подросткового возраста	294
7.2.	Возраст полового созревания	297
7.3.	Генетическое обучение	300
8.	Об учебном плане и целях обучения	303
9.	Ответы и объяснения к заданиям	305
9.1.	Упражнение в разделе 3.1.8.	305
9.2.	Ответы и объяснения к упражнениям раздела 3.2.8	308
9.3.	Ответы и объяснения к упражнениям раздела 3.3.7	310
9.4.	Ответы и объяснения к упражнениям раздела 3.4.7	314
9.5.	Ответы и объяснения к упражнениям раздела 3.5.8	316
9.6.	Ответы и объяснения к упражнениям раздела 3.6.4	318
9.7.	Ответы и объяснения к разделу 3.7.3	320
9.8.	Ответы и объяснения к разделу 3.8.3	322
9.9.	Ответы и объяснения к разделу 3.9.4	326
9.10.	Ответы и объяснения к разделу 3.10.3	327
9.11.	Ответы и объяснения к разделу 3.11.8	329
9.12.	Ответы и объяснения к разделу 3.12.8	331
10.	Именной указатель	335